FIȘĂ DE LUCRU

NUMERE RAȚIONALE

Algebră, clasa a VI-a

Prof. DUMESCU DAN CIPRIAN

LICEUL TEORETIC „CORIOLAN BREDICEANU”, LUGOJ

1. Fie A=$\{\frac{a}{2009};\frac{\overline{aa}}{2009};\frac{\overline{aaa}}{2009};\frac{\overline{aaaa}}{2009};\ldots \mid$ a este cifră nenulă$\}$. Demonstrați că A și N nu sunt mulțimi disjuncte.

2. a) Numerele $a_1, a_2, a_3,\ldots, a_{2009}$ ϵ N și sunt direct proporționale respective cu numerele 1,2,3,…,2009, iar a_1+a_3+a_5+…+a_{2009}=2010². Aflați numerele $a_1, a_2, a_3,\ldots, a_{2009}$.

   b) Să se rezolve ecuația $1+\frac{1}{1+2}+\frac{1}{1+2+3}+\ldots+\frac{1}{1+2+3+\cdots+x}=\frac{200}{101}$.

3. Se consideră numerele $x=\frac{1}{2}\cdot\frac{3}{4}\cdot\frac{5}{6}\cdot\ldots\cdot\frac{119}{120}$ si $y=\frac{2}{3}\cdot\frac{4}{5}\cdot\frac{6}{7}\cdot\ldots\cdot\frac{120}{121}$.

   a) Calculați x·y.

   b) Demonstrați că x < y.

   c) Arătați că $x < \frac{1}{11}$

4. Numerele a,b și c îndeplinesc condițiile: $\frac{a}{b+1}=\frac{b}{c+1}=\frac{c}{2}$.

   a) Determinați a,b,c ϵ N*, știind că b este media aritmetică dintre a și c.

   b) Aflați numerele raționale strict pozitive a,b și c, știind că a·b=21·c.

5. Știind că numerele naturale nenule a și b sunt direct proporționale cu 5 și 6, iar numerele b și c sunt invers proporționale cu numerele 3 și 4 arataţi că:

   a) a^2+b^2 nu este pătrat perfect

   b) b^2+c^2 este pătrat perfect.

6. a) Arătati că: $89=2^2+6^2+7^2 = 3^2+4^2+8^2$.

b) Fie n ϵ N*. Să se arate că orice număr de forma: $A=10^{2n}-10^{2n-1}-10^{2n-2}$ se poate scrie sub forma $x^2+y^2+z^2$, unde x,y,z ϵ N* și sunt distincte.

7. Fie $a_1, a_2, a_3,\ldots, a_7$, șapte numere naturale pătrate perfecte. Să se arate că există două dintre ele a căror diferență este multiplu de 20.

8. a) Verificați că $(1-\frac{1}{2^2})(1-\frac{1}{3^2})(1-\frac{1}{4^2}) \geq \frac{1}{2}$.

b) Arătați că $(1-\frac{1}{2^k})(1-\frac{1}{3^k})(1-\frac{1}{4^k})\cdot\ldots\cdot (1-\frac{1}{2009^k}) \geq \frac{1}{2}$, $k \geq 2$.

9. Numerele raționale x și y sunt direct proportionale cu 7 și 9. Numerele x+2 și z+6 sunt direct proporționale cu două numere întregi consecutive.

a) Să se determine x și y știind că unul dintre cele două numere consecutive este 3.

b) Să se determine x și y întregi care îndeplinesc condițiile problemei.

10. Demonstrați că $\frac{1}{2}\cdot\frac{3}{4}\cdot\frac{5}{6}\cdot\ldots\cdot\frac{2008}{2009} < \frac{2}{3}\cdot\frac{4}{5}\cdot\frac{6}{7}\cdot\ldots\cdot\frac{2009}{2010}$.