Profesor: Blaga Claudia
Școala Gimnazială Nr.1 Valcău de Jos

Olimpiada de Matematică a Satelor din Transilvania
Etapa locală
Clasa a VII-a

SUBIECTUL I (7 puncte)

Fie numerele $x=\left(\sqrt{0,01(7)}+\frac{\sqrt{64}}{5}\right):0,1(4)-\sqrt{6\frac{1}{4}}\cdot 4,4$ și

$y=\sqrt{5-\sqrt{24}}-\sqrt{11-6\sqrt{2}}+\sqrt{7-4\sqrt{3}}$. Aflați $x^{2019}+y^{2019}$.

SUBIECTUL II (7 puncte)

Se dă suma $S=\frac{2018}{1\cdot 3}+\frac{2018}{3\cdot 5}+\frac{2018}{5\cdot 7}+\cdots+\frac{2018}{2017\cdot 2019}$

a) Arătați că $2019\cdot S\in\mathbb{N}$
b) Arătați că $\frac{1}{2^2}+\frac{1}{3^2}+\frac{1}{4^2}+\cdots+\frac{1}{2019^2}<\frac{S}{1009}$

SUBIECTUL III (7 puncte)

În paralelogramul ABCD se iau punctele $E\in(AB)$ și $F\in(BC)$, astfel că AE= 3EB și BF= 3FC. Fie AC ∩ DE =$\{M\}$, BD ∩ AF =$\{N\}$. Demonstrați că:

a) $\frac{ME}{MD}=\frac{3}{4}$
b) MN ∥AB.

SUBIECTUL IV (7 puncte)

În triunghiul dreptunghic ABC, $m(\sphericalangle A)=90^0$. Fie G intersecția înălțimii AD, D∈ (BC), cu bisectoarea [CE, E ∈ (AB) și fie EF ⊥ BC, F ∈ (BC). Demonstrați că triunghiul AEG este isoscel, iar AEFG romb.

Olimpiada de Matematică a Satelor din Transilvania
Barem de corectare-Etapa locală
Clasa a VII-a

SUBIECTUL I (7 puncte)

Fie numerele $x=\left(\sqrt{0,01(7)}+\frac{\sqrt{64}}{5}\right):0,1(4)-\sqrt{6\frac{1}{4}}\cdot 4,4$ și

$y=\sqrt{5-\sqrt{24}}-\sqrt{11-6\sqrt{2}}+\sqrt{7-4\sqrt{3}}$. Aflați $x^{2019}+y^{2019}$.

Soluție:

$x=\left(\sqrt{\frac{16}{900}}+\frac{8}{5}\right):\frac{13}{90}-\sqrt{\frac{25}{4}}\cdot\frac{44}{10}$…….....1p

$x=\left(\frac{4}{30}+\frac{8}{5}\right):\frac{13}{90}-\frac{5}{2}\cdot\frac{44}{10}=\frac{52}{30}:\frac{13}{90}-11=12-11=1$…….....2p

$y=\sqrt{\left(\sqrt{3}-\sqrt{2}\right)^2}-\sqrt{\left(3-\sqrt{2}\right)^2}+\sqrt{\left(2-\sqrt{3}\right)^2}$.....2p

$y=\sqrt{3}-\sqrt{2}-3+\sqrt{2}+2-\sqrt{3}=-1$.....1p

$x^{2019}+y^{2019}=1^{2019}+(-1)^{2019}=0$.....1p

SUBIECTUL II (7 puncte)

Se dă suma $S=\frac{2018}{1\cdot 3}+\frac{2018}{3\cdot 5}+\frac{2018}{5\cdot 7}+\cdots+\frac{2018}{2017\cdot 2019}$

a) Arătați că $2019\cdot S\in\mathbb{N}$
b) Arătați că $\frac{1}{2^2}+\frac{1}{3^2}+\frac{1}{4^2}+\cdots+\frac{1}{2019^2}<\frac{S}{1009}$

Soluție:

a) $S=1009\cdot\left(\frac{1}{1}-\frac{1}{3}+\frac{1}{3}-\frac{1}{5}+\frac{1}{5}-\frac{1}{7}+\cdots+\frac{1}{2017}-\frac{1}{2019}\right)=1009\cdot\frac{2018}{2019}$.....2p

$2019\cdot 1009\cdot\frac{2018}{2019}=1009\cdot 2018\in N$.....1p

b) $\frac{1}{2^2}+\frac{1}{3^2}+\frac{1}{4^2}+\cdots+\frac{1}{2019^2}<\frac{1}{1\cdot 2}+\frac{1}{2\cdot 3}+\frac{1}{3\cdot 4}+\cdots+\frac{1}{2018\cdot 2019}=\frac{1}{1}-\frac{1}{2}+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}-\frac{1}{3}+\frac{1}{4}-\frac{1}{4}+\cdots+\frac{1}{2018}-\frac{1}{2019}=\frac{2018}{2019}$.....3p

$\frac{S}{1009}=\frac{1009\cdot\frac{2018}{2019}}{1009}=\frac{2018}{2019}$.....1p

SUBIECTUL III (7 puncte)

În paralelogramul ABCD se iau punctele E∈ (AB) și F∈ (BC), astfel că AE= 3EB și BF= 3FC. Fie AC ∩ DE =$\{M\}$, BD ∩ AF =$\{N\}$. Demonstrați că:

a) $\frac{ME}{MD}=\frac{3}{4}$

b) MN∥ AB.

Soluție:

Desen.....1p

a) $\frac{AE}{AB}=\frac{3}{4}$, AB= CD, $\frac{AE}{CD}=\frac{3}{4}$.....1p

AB∥ CD, E∈ (AB) $\Longrightarrow$ Δ AEM∽ Δ CDM $\Longrightarrow \frac{AE}{CD}=\frac{ME}{MD}=\frac{3}{4}$ 2p

b) BC∥ AD, $F \in (BC) \Longrightarrow$ Δ BNF ∽ Δ DNA 1p

$\frac{BN}{DN}=\frac{BF}{AD}$, $\frac{BF}{BC}=\frac{3}{4}$, AD=BC, $\frac{BN}{DN}=\frac{3}{4}$ 1p

Finalizare cu Reciproca Teoremei lui Thales 1p

SUBIECTUL IV (7 puncte)

În triunghiul dreptunghic ABC , m$(\sphericalangle A) = 90^0$. Fie G intersecția înălțimii AD, D∈ (BC), cu bisectoarea [CE, E ∈ (AB) și fie EF ⊥ BC, F ∈ (BC).

Demonstrați că triunghiul AEG este isoscel, iar AEFG romb.

Soluție:

$$\left.\begin{array}{c} m(\sphericalangle AEG) = 90^o - \frac{m(\sphericalangle C)}{2}\ (\Delta\, AEC) \\ m(\sphericalangle AGE) = m(\sphericalangle DGC)\ (opuse\ la\ vârf) \\ m(\sphericalangle DGC) = 90^0 - \frac{m(\sphericalangle C)}{2}\ (\Delta\, GDC) \end{array}\right\} \Longrightarrow m(\sphericalangle\, AEG) = m(\sphericalangle\, AGE) \Longrightarrow$$

$\Delta\, AEG\ isoscel$.....3p

$\left.\begin{array}{l} EF \perp BC \\ AD \perp BC \end{array}\right\} \Rightarrow EF \parallel AG$.....1p

$\Delta CAE \equiv \Delta CFE\ (I.U.)$ deoarece CE latură comună, $\sphericalangle ACE \equiv \sphericalangle ECF \Rightarrow AE = EF$.....1p

AE=AG, $EF = AG$, EF∥ $AG \Rightarrow AGFE\ romb$ 2p

Test de evaluare

Clasa a VIII-a

Intervale

Subiectul I. Pe foaia de test treceți doar rezultatele (30 de pct.)

1. Valoarea de adevar a propozitiei : „ |-4| = 4 „ este.....
2. $\sqrt{144}$ = ...
3. Cel mai mare număr natural din intervalul (–4; 3) este egal cu ...
4. Transformarea în fracție ordinară a numărului 2,25 este.....
5. Valoarea de adevăr a propoziției „-1 ∈ (-1 ; 8) „ este.....
6. Scrisă sub forma de interval mulțimea A = $\{x \in R / 3 < x \leq 8\}$ devine.....

Subiectul II. Pe foaia de test treceți rezolvarile complete (50 de pct.)

1. Se consideră intervalele:
   A = $\{x \in R / 3 < x \leq 8\}$ si B = $\{x \in R / -3 < x \leq 6\}$
   Calculați A∪B, A∩B, A-B si B-A.
2. Calculați suma dintre cel mai mic si cel mai mare numar din intervalul [-8; 3).

3. Determinați multimile A = = $\{x \in R / |2x - 7| \leq 3\}$ și B=$\left\{x \epsilon Z / \frac{3x-1}{2x+3} \in Z\right\}$

4. Se dau mulțimile A = $\left\{x \in R / -9 < \frac{5x+12}{2} < 16\right\}$ si

   B = $\left\{x \in R / -1 < \frac{6x+12}{6} \leq 7\right\}$

   Calculați A∪B, A∩B, A-B si B-A.
5. Arătați că:

$$\frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \frac{1}{4 \cdot 5} + \cdots \ldots \ldots + \frac{1}{2019 \cdot 2020} \in \left(\frac{9}{10}, 1\right)$$