

Probleme rezolvate cu ajutorul ecuațiilor
și al sistemelor de ecuații
Algebră- clasele aVII-a

Prof. KUI ANISOARA
Școala Gimnaziala Vanatori, Structura Crivesti

Multe dintre problemele cu conținut aplicativ se pot rezolva atât aritmetic, cât și introducând o necunoscută și obținând o ecuație a cărei soluție conduce la soluția problemei. Ecuația atașată problemei poartă numele *de model matematic* al problemei.

Etapetele de rezolvare a problemelor folosind modelul matematic:

- a) Evidențierea datelor cunoscute și a datelor necunoscute și notarea cu o literă a necunoscutei (de obicei x);
- b) Stabilirea mulțimii în care poate lua valori necunoscuta;
- c) Scrierea, cu ajutorul necunoscutei, a relațiilor date în enunțul problemei și obținerea unui model matematic (ecuație);
- d) Rezolvarea modelului matematic (inclusiv proba rezolvării);
- e) Interpretarea rezultatului și formularea răspunsului la problemă.

Exemplu:

1. Suma a două numere este 80, iar diferența dintre dublul primului număr și triplul celui de al doilea este 35. Determinați numerele.

Rezolvare: Notăm cu x și y cele două numere.

Cum suma celor două numere este 80, obținem ecuația: $x + y = 80$.

Ținând cont că diferența dintre dublul primului număr și triplul celui de al doilea este 35, vom obține ecuația: $2x - 3y = 35$.

Vom rezolva sistemul format din ecuațiile obținute:
$$\begin{cases} x + y = 80 & | \cdot 3 \\ 2x - 3y = 35 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x + 3y = 240 \\ 2x - 3y = 35 \end{cases}$$

$$+ \begin{cases} 5x = 275 \\ 2x - 3y = 35 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 55 \\ y = 25 \end{cases}$$
 Deci numerele sunt: 55 și 25.

Probleme aplicative:

- I 1. Suma dintre 12 și triplul unui număr este 30. Care este numărul?
2. Suma a două numere este 140, iar diferența lor este 14. Aflați numerele.
3. Diferența dintre un număr și sfertul său este 45. Care este numărul?
4. Un corp de mobilă este format din trei părți. Prima parte cântărește 5kg, a doua parte cântărește cât prima parte și jumătate din a treia parte împreună, iar a treia parte cântărește cât prima și a doua parte împreună. Determinați cât cântărește în total corpul de mobilă. (Model oficial, EN -2020)
5. Media aritmetică a trei numere este 24. Al doilea număr este cu 50% mai mare decât primul, iar al treilea număr este cu o treime mai mare decât al doilea. Care sunt cele trei numere?
6. Un camion plin cu marfă cântărește 3500 kg, iar umplut pe jumătate cântărește 2950 kg. Cât cântărește camionul gol?
7. La un magazin s-a produs o reducere de prețuri de 20%. Un tricou costă după reducere 64 de lei. Ce preț avea tricoul înainte de reducere?
8. Suma a două numere naturale este egală cu 102. Aflați numerele știind că împărțind numărul mai mare la cel mic obținem câtul 2 și restul 12.
- II.9 Ștefan citește într-o zi 0,(3) din numărul total de pagini ale unei cărți. A doua zi el citește jumătate din numărul de pagini rămase, iar a treia zi ultimele 80 de pagini. Determinați numărul total de pagini al acestei cărți. (Simulare EN, 2020)
10. Câteva persoane vor să cumpere un obiect; dacă fiecare persoană da câte 25 de lei, lipsesc 50 de lei, dacă fiecare dă câte 35 de lei, sunt în plus 40 de lei. Câte persoane sunt și cât costă obiectul?

(Examen de Capacitate-2000)

11. Într-un bloc sunt 32 de apartamente cu 2 și 3 camere, în total 84 de camere. Câte apartamente sunt din fiecare fel?

12. Dacă $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ este o funcție liniară al cărei grafic conține punctele $A(-1,1)$ și $B(1,3)$, determinați punctul de pe graficul funcției f cu abscisa egală cu suma dintre dublul ordonatei și 3.

13. Catetele unui triunghi dreptunghic sunt invers proporționale cu $0,6$ și $0,5$. Diferența dintre triplul catetei mici și jumătatea catetei mari este de 14 cm. Calculați perimetrul triunghiului.

14. Prețul unui obiect a crescut cu 10%, apoi a scăzut cu 20%, ajungând la 132 de lei. Care a fost prețul inițial?

15. Mai mulți elevi vor să cumpere împreună materiale pentru un proiect școlar. Dacă fiecare elev contribuie cu câte 20 de lei, mai sunt necesari 20 de lei pentru cumpărarea materialelor, iar dacă fiecare contribuie cu câte 25 de lei, rămân 5 lei după cumpărarea materialelor. Determinați suma necesară pentru cumpărarea materialelor. (EN: 2018)

16. Un turist a parcurs un traseu în trei zile. În prima zi turistul a parcurs două cincimi din lungimea traseului, a doua zi jumătate din rest și încă 2 km, iar a treia zi turistul a parcurs 7 km. Determinați lungimea traseului parcurs în cele trei zile. (EN -2018, Subiect de rezervă)

17. Un biciclist a parcurs un traseu în trei zile. În prima zi biciclistul a parcurs 30% din întregul traseu, a doua zi biciclistul a parcurs două cincimi din restul traseului, iar a treia zi a parcurs ultimii 42 km ai traseului. Calculați lungimea traseului parcurs în cele trei zile. (Simulare EN, 2018)

18. Perimetrul unui dreptunghi este egal cu 220 cm. Determinați lungimea și lățimea acestui dreptunghi, știind că, dacă am mări lățimea dreptunghiului cu 10 cm și am micșora lungimea dreptunghiului cu 20 cm, am obține un dreptunghi cu aria egală cu aria dreptunghiului inițial.

(Model oficial, EN -2017)

19. În vacanță, Mihai a economisit o sumă de bani. După ce a cheltuit două cincimi din această sumă, lui Mihai i-au mai rămas 72 de lei. Calculați suma de bani pe care a economisit-o Mihai în vacanță.

(EN -2017, Subiect de rezervă)

20. Pe un raft din cabinetul de matematică sunt tetraedre și cuburi, ce au în total 44 de vârfuri și 38 de fețe. Care este numărul cuburilor de pe raft?

21. Tatăl calculează că, în urma cu 10 ani, vârsta sa era de 9 ori mai mare decât a fiului și că, peste 2 ani, vârsta fiului va fi de 3 ori mai mică decât a sa. Câți ani au fiecare în prezent?

(Teza cu subiect unic-2008)

22. Doi muncitori, depășindu-și fiecare norma de lucru, primul cu 20%, al doilea cu 15%, realizează într-o lună 1995 de piese. În a doua lună, primul a realizat doar 90% din normă, iar al doilea a depășit-o cu 10%, realizând 1710 piese. Care a fost norma fiecărui muncitor?

23. Prețul unui televizor s-a mărit cu 10%. După un timp, noul preț al televizorului s-a micșorat cu 10%. După aceste două modificări televizorul costă 1980 lei. Determinați prețul inițial al televizorului. (EN: 2011)

24. Maria a citit în 5 zile o carte care are 230 de pagini. În fiecare zi, începând cu a doua, Maria a citit cu trei pagini mai mult decât în ziua precedentă. În a câta zi numărul total de pagini citite în ziua respectivă este un număr prim? (Model oficial, EN -2012)

25. Raluca are 200 de lei în bancnote de 10 lei și 5 lei. Dacă are în total 28 de bancnote, aflați câte bancnote de 5 lei are Raluca.