SISTEME DE ECUAŢII LINEARE

Teorie și indicații de rezolvare

Profesor Cristina Măgirescu

Colegiul „N. V. Karpen” Bacău

Forma generală: $\begin{cases} a_1x+b_1y+c_1z=d_1 \\ a_2x+b_2y+c_2z=d_2 \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ a_nx+b_ny+c_nz=d_n \end{cases}$ **Matricea sistemului:** $A=\begin{pmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ \dots & \dots & \dots \\ a_n & b_n & c_n \end{pmatrix}$

Matricea termenilor liberi: $B=\begin{pmatrix} d_1 \\ d_2 \\ \dots \\ d_n \end{pmatrix}$ **Matricea necunoscutelor:** $X=\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$

Atunci **forma matriceala a sistemului este: A·X=B.**

Un **s**istem de ecuaţii liniare în care matricea termenilor liberi este nulă se numeşte **sistem omogen**.

Tipuri de sisteme:

-sistem compatibil determinat - când sistemul are soluţie unică.

-**sistem compatibil nedeterminat** - sistemul are mai multe soluţii.

-**sistem incompatibil -** sistemul nu are soluţii.

METODE DE REZOLVARE A SISTEMELOR

1. Metoda Cramer:

-sistem Cramer – nr. de ecuatii este egal cu nr. de necunoscute

- det. sistemului este nenul

Daca sistemul este de tip Cramer cu necunoscutele $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$, se notează $\Delta_{x_1}, \Delta_{x_2}, \dots, \Delta_{x_n}$ determinanţii asociaţi necunoscutelor.

Determinantul Δ_{x_i} se obţine înlocuind coloana „i” a coeficienţilor necunoscutei x_i cu termenii liberi.

Prin metoda lui Cramer soluţiile sistemului sunt date de formulele: $x_1=\frac{\Delta_{x_1}}{\Delta}$, $x_2=\frac{\Delta_{x_2}}{\Delta}$, $x_3=\frac{\Delta_{x_3}}{\Delta}$, $\dots, x_n=\frac{\Delta_{x_n}}{\Delta}$

2. Metoda Gauss:

-constă în aducerea sistemelor de ecuaţii liniare la o formă triunghiulară sau trapezoidală prin eliminarea succesivă a necunoscutelor

Vă propun în continuare să rezolvăm un sistem de ecuații prin metoda Cramer!

FIŞA 1 de lucru – SISTEME - CLASA a XI- a

Să se rezolve sistemul: $\begin{cases} x-y+z=4 \\ 2x+y-z=-1 \\ 3x+y+z=3 \end{cases}$

Indicaţii de rezolvare:

1. Matricea sistemului este: $A=\begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & 1 & -1 \\ 3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ *(coeficienţii necunoscutelor din sistem)*

2. Determinantul sistemului este: $\Delta=\det A=\begin{vmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & 1 & -1 \\ 3 & 1 & 1 \end{vmatrix}=\ldots$ *Calculaţi! Ar trebui să vă dea 6.*

3. $\Delta_x=\begin{vmatrix} 4 & -1 & 1 \\ -1 & 1 & -1 \\ 3 & 1 & 1 \end{vmatrix}=\ldots$

În determinantul Δ am înlocuit coloana „1” a coeficienţilor necunoscutei x cu termenii liberi.

4. $\Delta_y=\begin{vmatrix} 1 & 4 & 1 \\ 2 & -1 & -1 \\ 3 & 3 & 1 \end{vmatrix}=\ldots$

În determinantul Δ am înlocuit coloana „2” a coeficienţilor necunoscutei y cu termenii liberi.

5. $\Delta_z=\begin{vmatrix} 1 & -1 & 4 \\ 2 & 1 & -1 \\ 3 & 1 & 3 \end{vmatrix}=\ldots$

În determinantul Δ am înlocuit coloana „3” a coeficienţilor necunoscutei z cu termenii liberi.

6. Sistemul are soluţia unică dată de formulele lui Cramer:

$$x=\frac{\Delta_x}{\Delta}=\frac{6}{6}=1$$

$$y=\frac{\Delta_y}{\Delta}=\frac{-9}{6}=\frac{-3}{2}$$

$$z=\frac{\Delta_z}{\Delta}=\frac{\ldots}{6}=\ldots$$ *Calculaţi! Finalizaţi!*

7. Soluţia sistemului este: S={ (1, $\frac{-3}{2}$, …) }. ***Recomandare**: Verificaţi soluţia găsită!*

FIŞA 2 de lucru – SISTEME - CLASA a XI- a

Să se rezolve sistemul: $\begin{cases} x+y+z=2 \\ 2x+3y-z=5 \\ 3x+y+3z=4 \end{cases}$

<u>Schema de rezolvare:</u>

1. Matricea sistemului este: A =

2. Determinantul sistemului este: $\Delta =$

3. $\Delta_x =$

4. $\Delta_y =$

5. $\Delta_z =$

6. Sistemul are soluţia unică dată de formulele lui Cramer:

$x =$

$y =$

$z =$

7. Soluţia sistemului este: S={ (, ,) }. ***Recomandare****: Verificați soluția găsită!*