**FIȘĂ DE LUCRU**

**RECAPITULARE - PROPRIETĂȚI GENERALE ALE FUNCȚIILOR, clasa a IX-a**

**Prof. Emilia Iancu**
**Colegiul Național „Matei Basarab”, București**

**I.** ***Imaginea și preimaginea unei mulțimi printr-o funcție***

**1.** Completați spațiile punctate pentru a obține un enunț adevărat.

Fie o funcție $f : D \to E$.

- Pentru o mulțime $D' \subset D$, se numește *imaginea* lui $D'$ prin funcția $f$ submulțimea lui $E$, notată $f(D') = \{ f(x) | x \in ........\}$ sau $f(D') = \{ y \in E | \exists x \in D' \text{ astfel încât } ..........\}$.
- Pentru o mulțime $E' \subset E$, se numește *preimaginea* lui $E'$ prin funcția $f$ submulțimea lui $D$, notată $f^{-1}(E') = \{ x \in D | f(x) \in ......\}$.

**2.** Se consideră funcția $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = -3x + \frac{1}{2}$.

**a)** Determinați $f([-2,1))$.

**b)** Determinați $a \in \mathbb{R}$ știind că $f^{-1}((-\infty, a)) = (3, +\infty)$.

**II.** ***Funcții mărginite***

**1.** Scrieți definiția funcției mărginite.

**2.** Arătați că funcția $f : [-3;1) \to \mathbb{R}$, $f(x) = -2x + 1$ este mărginită.

**III.** ***Funcții pare. Funcții impare***

**1.** Scrieți definiția funcției pare și a funcției impare.

**2.** Stabiliți paritatea funcțiilor: $f : [-1.1] \to \mathbb{R}$, $f(x) = \sqrt{1 - x^2}$ și $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x}{1 + |x|}$.

**IV.** ***Axa de simetrie. Centru de simetrie***

**1.** Completați spațiile punctate pentru a obține un enunț adevărat.

- O funcție numerică $f : D \to \mathbb{R}$, cu $D \subseteq \mathbb{R}$, are drept *axă de simetrie* dreapta de ecuație $x = m$ (unde $m \in \mathbb{R}$), dacă și numai dacă are loc relația ............................................, pentru orice $x \in D$.
- O funcție numerică $f : D \to \mathbb{R}$, cu $D \subseteq \mathbb{R}$, are drept *centru de simetrie* un punct $P(a;b)$ dacă și numai dacă are loc relația ............................................, pentru orice $x \in D$.

**2.** Determinați dreapta de ecuație $x = m$ care este axă de simetrie pentru graficul funcției $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = 3x^2 - 2x + 1$.

**3.** Fie funcția $f : \mathbb{R} \setminus \{2\} \to \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{2x^2 - x}{x - 2}$. Verificați dacă punctul $P(2;7)$ este centru de simetrie al graficului funcției $f$.

**V.** ***Funcții monotone***

**1.** Scrieți definiția funcției monoton crescătoare și respectiv descrescătoare.

**2.** Studiați monotonia funcțiilor:

**a)** $f:[1;+\infty)\to\mathbb{R}$ , $f(x)=3x^2-2x+1$;

**b)** $g:(-\infty;0)\to\mathbb{R}$ , $g(x)=\dfrac{x}{x-1}$ .

**VI.** ***Funcții periodice***

**1.** Completați spațiile punctate pentru a obține un enunț adevărat.

- O funcție numerică $f:D\to\mathbb{R}$ , cu $D\subseteq\mathbb{R}$ , se numește *periodică* dacă $\exists T\in\mathbb{R}^*$ astfel încât $x+T\in D$ și ................................................., pentru orice $x\in D$. Numărul $T$ se numește ........................... a funcției $f$ .
- Dacă $f$ are perioade pozitive și se poate alege $T_0$ cea mai mică perioadă pozitivă a lui $f$ , atunci $T_0$ se numește ......................................................... a funcției $f$ .

**2.** Arătați că funcțiile următoare sunt periodice:

**a)** $f:\mathbb{R}\to[0;1)$, $f(x)=\{x\}$;

**b)** $f:\mathbb{N}\to\mathbb{N}$ , $f(n)=\dfrac{1+(-1)^n}{2}$.

**VII.** ***Compunerea funcțiilor***

**1.** Completați spațiile punctate pentru a obține un enunț adevărat.

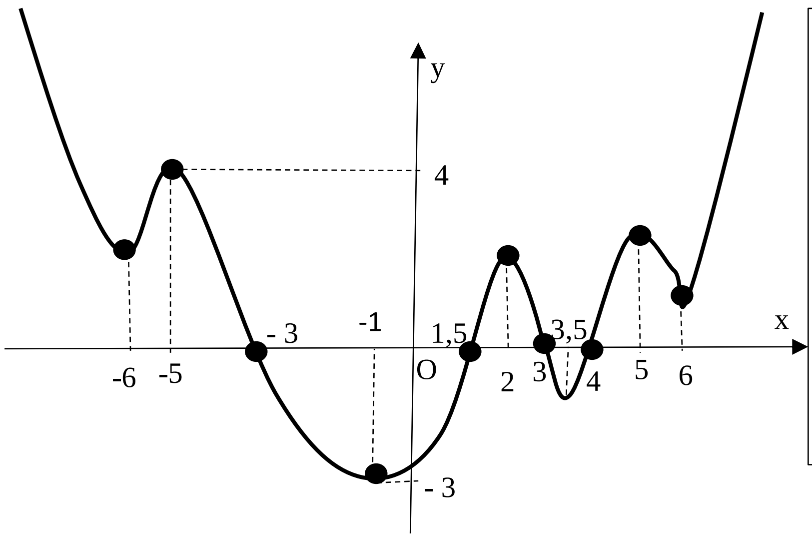
Fiind date funcțiile $f:A\to B$ și $g:B\to C$ , definim funcția $g\circ f:...\to...$,

$(g\circ f)(x)=$........................... pentru orice $x\in A$.

**2.** Se consideră funcțiile $f,g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ , $f(x)=2x-1$ și $g(x)=x^2-3x+2$. Calculați $(g\circ f)(x)$ și rezolvați ecuația $(g\circ f)(x)=0$.

**VIII.** ***Lecturi grafice***

Pentru graficul de mai jos, rezolvați cerințele din chenarul alăturat.




**1.** Scrieți intervalele pe care funcția este crescătoare.
**2.** Determinați intervalele pe care funcția este negativă.
**3.** Stabiliți dacă funcția este mărginită sau nu.
**4.** Determinați punctele în care funcția are valoarea 0.
**5.** În câte puncte funcția dată are valoarea egală cu 6?