

LICEUL TEHNOLOGIC “ MIHAI BUSUIOC” PAȘCANI

DISCIPLINA: MATEMATICĂ

PROFESOR: MIHAELA BIȘOC

Fișă de lucru_Determinanți de ordin doi și trei_Clasa a XI-a

Competențe generale:

1. Identificarea unor date și relații matematice și corelarea lor în funcție de contextul în care au fost definite.
2. Prelucrarea datelor de tip cantitativ, calitativ, structural sau contextual cuprinse în enunțuri matematice.
3. Utilizarea algoritmilor pentru rezolvarea unor probleme practice.
4. Analiza și interpretarea caracteristicilor matematice ale unei situații problemă în scopul găsirii de strategii pentru optimizarea soluțiilor.
5. Exprimarea caracteristicilor matematice cantitative sau calitative ale unei situații concrete și a algoritmilor de prelucrare a acestora.

Competențe specifice:

1. Să aplice regula în calculul determinantului de ordinul 2.
2. Să aplice regula triunghiului/ Sarrus în calculul determinantului de ordinul 3.
3. Să rezolve ecuații date cu ajutorul determinanților

1. Calculați determinanții de ordinul 2:

$$a) \begin{vmatrix} 5 & -6 \\ 8 & 7 \end{vmatrix} = \quad b) \begin{vmatrix} -3 & 4 \\ 1 & 5 \end{vmatrix} = \quad c) \begin{vmatrix} 0 & 1 \\ -9 & 11 \end{vmatrix} = \quad d) \begin{vmatrix} 3 & 6 \\ 4 & 8 \end{vmatrix} = \quad e) \begin{vmatrix} -3 & 2 \\ -1 & 4 \end{vmatrix} =$$

$$f) \begin{vmatrix} \frac{3}{2} & 5 \\ -3 & 8 \end{vmatrix} = \quad g) \begin{vmatrix} 4-\sqrt{3} & \sqrt{7} \\ \sqrt{7} & 4+\sqrt{3} \end{vmatrix} = \quad h) \begin{vmatrix} \sqrt{2}+\sqrt{3} & 3+\sqrt{5} \\ 3-\sqrt{5} & \sqrt{2}-\sqrt{3} \end{vmatrix} = \quad i) \begin{vmatrix} 3-i\sqrt{2} & 1 \\ 1 & 3+i\sqrt{2} \end{vmatrix} =$$

$$j) \begin{vmatrix} 9 & -6 \\ 3 & -2 \end{vmatrix} = \quad k) \begin{vmatrix} -3\sqrt{7} & 0 \\ 2 & 0 \end{vmatrix} = \quad l) \begin{vmatrix} 8,5 & -0,24 \\ 10 & -4 \end{vmatrix} = \quad m) \begin{vmatrix} 1 & -3 \\ -\sqrt{3} & \sqrt{27} \end{vmatrix} =$$

$$n) \begin{vmatrix} 2\sqrt{2}-3 & 1 \\ -1 & 2\sqrt{2}+3 \end{vmatrix} =$$

2. Calculați determinanții de ordinul 3:

$$a) \begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 4 & -6 & 4 \\ -2 & 0 & -1 \end{vmatrix} = \quad b) \begin{vmatrix} 1 & 0 & 9 \\ -8 & 1 & 11 \\ 3 & 0 & -7 \end{vmatrix} = \quad c) \begin{vmatrix} -4 & 1 & 7 \\ 3 & 3 & -9 \\ 1 & 0 & -2 \end{vmatrix} =$$

$$d) \begin{vmatrix} -1 & 1 & 2 \\ 3 & 1 & -2 \\ 4 & -1 & 0 \end{vmatrix} = \quad e) \begin{vmatrix} 1 & 4 & -2 \\ 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 3 \end{vmatrix} = \quad f) \begin{vmatrix} -3 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 2 & 1 & 0 \end{vmatrix} =$$

$$g) \begin{vmatrix} 12 & 0 & 4 \\ -6 & 1 & 18 \\ 3 & 0 & 1 \end{vmatrix} = \quad h) \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 2 & 3 & 7 \end{vmatrix} =$$

3. Rezolvați ecuațiile

$$a) \begin{vmatrix} 3x-1 & 2x \\ 3 & 4 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -3 & 0 \\ 4 & 6 \end{vmatrix} \quad b) \begin{vmatrix} x & 3 & -1 \\ 4 & x & 0 \\ 2 & -1 & 1 \end{vmatrix} = 0 \quad c) \begin{vmatrix} 2x^2 & x(x+2) - 1 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} = 0$$

$$d) \begin{vmatrix} 3^x & 3 \\ 4 & 2 \end{vmatrix} = 6 \quad e) \begin{vmatrix} 2^{x+3} & 4 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 2 & -6 \\ 5 & -3 \end{vmatrix} \quad f) \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 2^x & 4^x \end{vmatrix} = -2 \quad g) \begin{vmatrix} 2x & -3 \\ x & 4 \end{vmatrix} = 5$$

$$h) \begin{vmatrix} x-1 & 8 \\ 2 & x+1 \end{vmatrix} = 19 \quad i) \begin{vmatrix} 2 & x & -1 \\ -3 & 1 & x \\ 2 & x & 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & x & 1 \\ x & 0 & 3 \\ 2 & -2 & 1 \end{vmatrix} \quad j) \begin{vmatrix} 2x-1 & 1 & 7 \\ -3 & 2 & -11 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} = 13+x$$

$$k) \begin{vmatrix} x & 1 & 2 \\ 0 & x & 1 \\ 0 & 0 & 3 \end{vmatrix} = 12 \quad l) \begin{vmatrix} 2 & -6 & 4 \\ 5 & 7 & 10 \\ -1 & 3 & -2 \end{vmatrix} = x^2 - 7x$$

4. Fie determinantul $D(x) = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 5 \\ 1 & x & x^2 \end{vmatrix}$

a) Calculați $D(3)$.

b) Calculați $D(x)$.

c) Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $D(x)=0$.

5. Pentru $x \in \mathbb{R}$, se consideră matricele $A_x = \begin{pmatrix} x & 2 \\ 2 & x \end{pmatrix}$.

a) Calculați $\det(A_x)$

b) Să se determine valorile x pentru care $\det(A_x) = 0$.

c) Să se calculeze $\det(A_x + I_2)$.

6. Fie determinantul $A(x) = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & x & x^2 \\ 1 & x^2 & x^3 \end{vmatrix}$, $x \in \mathbb{R}$.

a) Calculați $A(-2)$.

b) Arătați că $A(x) = -x \cdot (x-1)^2$, $\forall x \in \mathbb{R}$.

c) Rezolvați ecuația $A(2^x) = 0$.

7. Se consideră determinantul $D(x, y) = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & x & y \\ 1 & x-1 & y-1 \end{vmatrix}$, $x, y \in \mathbb{R}$.

a) Calculați $D(1, 2)$.

b) Arătați că $D(x, y) = y - x$.

c) Determinați $a \in \mathbb{R}$ pentru care $D(a, 2020) = -1$

8. Fie matricea $A = \begin{pmatrix} a-2 & a+1 & -2 \\ a-1 & 2 & -3 \\ 1 & a-2 & -1 \end{pmatrix}$.

a) Pentru $a=2$ calculați $\det(A)$.

b) Calculați $\det(A)$.

9. Considerăm determinantul $\Delta(x, y) = \begin{vmatrix} x & y & 1 \\ 1 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 6 \end{vmatrix}$, unde $x, y \in \mathbb{R}$.

a) Calculați $\Delta(1, 1)$.

b) Determinați $x, y \in \mathbb{R}$ știind că $x + y = 2$ și $\Delta = -7$

c) Arătați că $\Delta(x, y) \neq 0$, $\forall x, y \in \mathbb{R}$.

10. Se consideră matricele $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 3 & -4 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$

a) Arătați că $\det(A) = -13$

b) Arătați că $AB - BA = \begin{pmatrix} 0 & 10 \\ -10 & 0 \end{pmatrix}$

c) Determinați numărul natural x printru care $\det(B \cdot B - x \cdot I_2) = 0$, unde $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.