Fişe de lucru

Exerciţii tipice pentru bacalaureat subiectul I

Matematică - $M_{tehnologic}$

Prof. Andronic Aurica Mihaela

Liceul Tehnologic "Nicanor Moroşan" Pârteştii de Jos

1.Mulţimi de numere.

1. Se consideră numărul $a = \log_2 3$. Să se arate că $\log_2 18 = 2a + 1$.
2. Să se calculeze $\log_2 3 - \frac{1}{2}\log_2 9$.
3. Să se calculeze $\left(\frac{3}{2}\right)^{-1} - \sqrt[3]{\frac{8}{27}}$.
4. Să se calculeze $\log_2 3 - \log_2 \frac{3}{2}$.
5. Să se verifice egalitatea $\lg\frac{1}{2} + \lg\frac{2}{3} + ... + \lg\frac{9}{10} = -1$.
6. Să se calculeze $\log_3 5 + \log_3 6 - \log_3 10$.
7. Să se compare numerele 2^2 şi $\log_2 32$.
8. Să arate că numărul $(\sqrt[3]{2})^{\log_2 8}$ este natural.
9. Să se calculeze $\log_5 25 - \log_3 9$.
10. Să arate că $\log_2 4 + \log_3 9 < \sqrt{36}$.
11. Să se calculeze $\log_6 3 + \log_6 10 - \log_6 5$.
12. Să arate că numărul $\sqrt[3]{27} - \sqrt{12} + 2\sqrt{3}$ este natural.
13. Să se calculeze $\log_3 \frac{2}{1} + \log_3 \frac{3}{2} + ... + \log_3 \frac{9}{8}$.
14. Să se calculeze $\left(\frac{1}{2}\right)^{-3} - \log_5 25$.
15. Să se arate că $\log_2 5 + \log_2 12 - \log_2 30 = 1$.

16. Să se verifice că $\frac{\log_5 18-\log_5 2}{\log_5 3}=2.$

17. Să se arate că $\log_2 \frac{1}{4}-\sqrt[3]{-8}=0.$

18. Să se calculeze $\sqrt[3]{9}-\frac{3}{\sqrt[3]{3}}.$

19. Să se arate că $\log_2 14+\log_2 3-\log_2 6=\log_2 7.$

20. Să se ordoneze crescător numerele $a=\sqrt{2}$ şi $b=\frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}.$

2. Funcţii.

1. Se consideră funcţia $f:R\to R,\ f(x)=x-3.$ Să se determine $f(-4)\cdot f(-3)\cdot ...\cdot f(3)\cdot f(4).$
2. Se consideră funcţia $f:R\to R,\ f(x)=2x+1.$ Să se calculeze $f(-2)+f(-1)+f(0)+f(1).$
3. Fie funcţia $f:R\to R,\ f(x)=mx^2-8x-3,$ unde *m* este un număr real nenul. Să se determine *m* ştiind că valoarea maximă a funcţiei *f* este egală cu 5.
4. Fie funcţiile $f:R\to R,\ f(x)=x+3$ şi $g:R\to R,\ g(x)=2x-1.$ Să determine soluţia reală a ecuaţiei $2f(x)+3g(x)=-5.$
5. Fie funcţiile $f,g:R\to R,\ f(x)=x^2-x+1$ şi $g(x)=x+4.$ Să se calculeze coordonatele punctului de intersecţie al graficelor funcţiilor *f* şi *g*.
6. Fie funcţia $f:R\to R,\ f(x)=3-4x$. Să se determine soluţiile reale ale inecuaţiei $f(x)-1\geq 4x.$
7. Se consideră funcţia $f:R\to R,\ f(x)=2x+1.$ Să se determine punctul care aparţine graficului funcţiei f şi are abscisa egală cu ordonata.
8. Fie funcţia $f:R\to R,\ f(x)=mx^2-mx+2,$ unde *m* este un număr real nenul. Să se determine numărul real nenul *m* ştiind că valoarea minimă a funcţiei este egală cu 1.
9. Se consideră funcţia $f:R\to R,\ f(x)=ax+b.$ Să se determine numerele reale a şi b ştiind că $3f(x)+2=3x+5,$ pentru $\forall x\in R.$
10. Să se determine $m\in R$, ştiind că reprezentarea grafică a funcţiei $f:R\to R,\ f(x)=x^2-mx+m-1$ este tangentă axei *Ox*.
11. Fie funcţia $f:[0;2]\to R,\ f(x)=-4x+3$. Să se determine mulţimea valorilor funcţiei *f*.

12. Să se determine $m \in R \setminus \{1\}$, ştiind că abscisa punctului de minim al graficului funcţiei $f : R \to R,\ f(x) = (m-1)x^2 - (m+2)x + 1$ este egală cu 2.
13. Să se calculeze distanţa dintre punctele de intersecţie ale reprezentării grafice a funcţei $f : R \to R,\ f(x) = -x^2 + 2x + 8$ cu axa *Ox*.
14. Se consideră funcţia $f : R \to R,\ f(x) = x^2 - 6x + 5.$ Să se determine punctul de intersecţie al dreptei de ecuaţie $y = -4$ cu reprezentarea grafică a funcţiei *f*.
15. Se consideră funcţia $f : R \to R,\ f(x) = 2 + x$. Să se calculeze $f(1) + f(2) + ... + f(20)$
16. Să se demonstreze că parabola funcţiei $f : R \to R,\ f(x) = x^2 - 2mx + m^2 + 1$ este situată deasupra axei *Ox*, oricare ar fi $m \in R$.
17. Să se determine coordonatele vârfului parabolei asociate funcţiei $f : R \to R,\ f(x) = x^2 + 4x - 5$.
18. =Se consideră funcţia $f : R \to R,\ f(x) = x^2 - 3x + 1.$ Să se determine numerele reale *m* pentru care punctul $A(m;-1)$ aparţine graficului funcţiei *f*.
19. =Să se determine funcţia de gradul al II –lea al cărei grafic conţine punctele $A(1;3),\ B(0;5)$ şi $C(-1;11)$.
20. Să se determine valoarea maximă a funcţiei $f : [-1;1] \to R,\ f(x) = -2x + 3.$

3. Metode de numărare.

1. Să se calculeze $C_3^2 + P_3$.
2. Să se calculeze $C_5^4 + A_5^4$.
3. Să se rezolve ecuaţia $C_n^2 = 28,\ n \in N.$
4. Să se determine numărul tuturor submulţimilor de 2 elemente ce se pot forma cu elemente din mulţimea $\{1,2,3,4,5\}$.
5. Se consideră 10 puncte, oricare 3 necoliniare. Câte drepte trec prin cel puţin 2 puncte din cele 10.
6. Să se calculeze numărul submulţimilor mulţimii $\{1,2,3,4\}$. care au un număr par nenul de elemente.
7. Să se determine numărul natural *n* ştiind că $A_n^1 + C_n^1 = 10$.
8. Să se determine câte numere de câte trei cifre distincte se pot forma cu elemntele mulţimii $\{1,2,3,4\}$.
9. Să se determine câte numere de două cifre se pot forma cu elemntele mulţimii $\{1,2,3,4\}$.

10. Să se rezolve ecuaţia $C_{n+2}^{n+1}=2$, $n\in N$.
11. Să se calculeze $C_4^0-C_4^1+C_4^2-C_4^3+C_4^4$.
12. Să se calculeze $C_5^2-A_4^2+6$.
13. Să se calculeze $A_5^2-P_3$.
14. Să se rezolve ecuaţia $C_x^2=21$, $x\in N$.
15. Se consideră mulţimea $A=\{1,2,3,4\}$. Să se determine câte numere formate din 4 cifre distincte se pot forma cu elemente ale mulţimii *A*.
16. Se consideră mulţimea $A=\{1,2,3,4,5\}$. Să se determine câte numere formate din 3 cifre distincte se pot forma cu elemente ale mulţimii *A*.
17. Să se calculeze numărul submulţimilor cu 2 elemente ale unei mulţimi cu 6 elemente.
18. Să se rezolve ecuaţia $A_n^2=12$, $n\in N$.
19. Să se calculeze $C_7^5-C_6^5-C_6^4$.
20. Să se calculeze $C_{2008}^2-C_{2007}^2-C_{2007}^1$.

4. Probabilităţi.

1. Se consideră toate numerele naturale de câte trei cifre scrise cu elemente din mulţimea $\{1;2\}$. Să calculeze probabilitatea ca, alegând un astfel de număr, acesta să fie divizibil cu 3.
2. Să calculeze probabilitatea ca, alegând un număr din mulţimea $\left\{\sqrt[3]{1},\sqrt[3]{2},\sqrt[3]{3},...,\sqrt[3]{30}\right\}$, acesta să fie număr raţional.
3. Să calculeze probabilitatea ca, alegând un număr din mulţimea $\left\{\sqrt{2},\sqrt{3},\sqrt{4},...,\sqrt{10}\right\}$, acesta să fie număr raţional.
4. Să calculeze probabilitatea ca, alegând un număr din mulţimea $\left\{\sqrt{2},\sqrt{3},\sqrt{4},...,\sqrt{11}\right\}$, acesta să fie număr iraţional.
5. Să calculeze probabilitatea ca un element al mulţimii {0;1;2;3;4;5} acesta să verifice inegalitatea $n!<50$.
6. Să calculeze probabilitatea ca, alegând unul dintre numerele C_4^2, C_5^2 şi C_4^3 acesta să fie divizibil cu 3.

7. Să calculeze probabilitatea ca, alegând un element al mulţimii $\{1;2;3;4;5\}$ acesta să verifice inegalitatea $n^2 \le 2^n$.
8. Să calculeze probabilitatea ca, alegând un element al mulţimii $\{1;2;3;4\}$ acesta să verifice inegalitatea $n! \ge n^2$.
9. Să calculeze probabilitatea ca, alegând unul dintre numerele P_3, A_3^1 şi C_4^3 acesta să fie divizibil cu 3.
10. Să calculeze probabilitatea ca, alegând un element al mulţimii $\{3;4;5;6\}$ acesta să verifice inegalitatea $n(n-1) \ge 20$.
11. Să se calculeze probabilitatea ca alegând un element *n* al mulţimii $A = \{1,2,3,4\}$, acesta să verifice inegalitatea $n! < 5$.
12. Să se calculeze probabilitatea ca alegând un element *n* al mulţimii $\{11,12,...,20\}$ acesta să fie număr prim.
13. Să se calculeze probabilitatea ca alegând un număr natural de două cifre acesta să fie cub perfect.

5. Progresii.

1. Să se determine valorile reale pozitive ale numărului *x*, ştiind că $\lg\sqrt{x}$, $\frac{3}{2}$ şi $\lg x$ sunt trei termeni consecutivi ai unei progresii aritmetice.
2. Să se determine al zecelea termen al şirului 1, 7, 13, 19, ...
3. Să se calculeze suma primilor 5 termeni ai unei progresii aritmetice $(a_n)_{n\ge1}$, ştiind că $a_1 = 1$ şi $a_2 = 3$.
4. Să se demonstreze că pentru orice $x \in R$ numerele $3^x - 1, 3^{x+1}$ şi $5 \cdot 3^x + 1$ sunt termeni consecutivi într-o progresie aritmetică.
5. Să se calculeze suma 1+5+9+13+...+25.
6. Să se determine al nouălea termen al unei progresii geometrice, ştiind că raţia este egală cu $\frac{1}{3}$ şi primul termen este 243.
7. Să se calculeze suma $1+\frac{1}{3}+\frac{1}{3^2}+\frac{1}{3^3}+\frac{1}{3^4}$.
8. Să se determine numărul real *x*, ştiind că $2^x - 1$, 4^x şi $2^{x+1} + 3$ sunt trei termeni consecutivi ai unei progresii aritmetice.

9. Să se determine numărul real *x*, ştiind că $x-3$, 4, $x+3$ sunt trei termeni consecutivi ai unei progresii aritmetice.
10. Să se calculeze suma 1+3+5+...+21.
11. Se consideră progresia aritmetică $(a_n)_{n\geq 1}$ în care $a_3=5$ şi $a_6=11$. Să se calculeze a_9.
12. Să se calculeze suma $1+2+2^2+2^3+..+2^7$.
13. Se consideră progresia aritmetică $(a_n)_{n\geq 1}$ în care $a_1=1$ şi $a_5=13$. Să se calculeze a_{2008}.
14. Să se determine raţia unei progresii aritmetice $(a_n)_{n\geq 1}$, ştiind că $a_{10}-a_2=16$.
15. Se consideră progresia aritmetică $(a_n)_{n\geq 1}$ în care $a_1=2$ şi $a_2=4$. Să se calculeze suma primilor 10 termeni ai progresiei.
16. Se consideră progresia geometică $(b_n)_{n\geq 1}$ în care $b_1=2$ şi $b_2=6$. Să se calculeze b_5.
17. Se consideră progresia aritmetică $(a_n)_{n\geq 1}$ în care $a_1=6$ şi $a_2=5$. Să se calculeze a_7.
18. Se consideră progresia aritmetică $(a_n)_{n\geq 1}$ în care $a_2=5$ şi $r=3$. Să se calculeze a_8.
19. Se consideră progresia geometrică $(b_n)_{n\geq 1}$ în care $b_1=1$ şi $b_2=3$. Să se calculeze b_4.
20. Se consideră progresia aritmetică $(a_n)_{n\geq 1}$ în care $a_1=7$ şi $a_2=37$. Să se calculeze suma primilor 10 termeni ai progresiei.
21. Se consideră progresia aritmetică $(a_n)_{n\geq 1}$ în care $a_1=3$ şi $a_3=7$. Să se calculeze suma primilor 10 termeni ai progresiei.
22. Să se determine numărul real *x* ştiind că numerele *x*+1, 2*x* – 3 şi *x* – 3 sunt termeni consecutivi ai unei progresii aritmetice.
23. Să se determine numărul real pozitiv *x* ştiind că şirul 1, *x*, *x*+2, 8, ... este progresie geometrică.
24. Să se determine suma primilor 6 termeni ai progresiei aritmetice $(a_n)_{n\geq 1}$, în care $a_1=2$ şi $a_2=5$.
25. Să se determine numărul real *x* ştiind că numerele 5 – *x*, *x* +7 şi 3*x* +11 sunt termenii consecutivi ai unei progresii geometrice.
26. Să se arate că numerele $\log_2 2$, C_3^1 şi 5 sunt termeni consecutivi ai unei progresii aritmetice.
27. Să se determine suma primilor trei termeni ai unei progresii geometrice, ştiind că suma primilor doi termeni ai progresiei este egală cu 8, iar diferenţa dintre al doilea termen şi primul termen este egală cu 4.
28. Să se calculeze al cincilea termen al unei progresii aritmetice ştiind că primul termen al progresiei este 7 şi al doilea termen este 9.
29. Să se determine raţia progresiei geometrice $(b_n)_{n\geq 1}$ ştiind că $b_1=3$ şi $b_2-b_1=3$.

30. Să se demonstreze că şirul cu termenul general $a_n = 2n+3,$ verifică relaţia $a_{n+1} - a_n = 2,$ pentru orice $n \in N^*$.

6. Ecuaţii iraţionale.

1. Să se determine soluţiile reale ale ecuaţiei $\sqrt{2+x} = x.$
2. Să se determine soluţiile reale ale ecuaţiei $\sqrt{x+1} = 5-x.$
3. Să se rezolve în R ecuaţia $\sqrt{x-5} = 2.$
4. Să se determine soluţiile reale ale ecuaţiei $\sqrt{x^2-x-2} = 2.$
5. Să se determine soluţiile reale ale ecuaţiei $\sqrt{7-x} = 1.$
6. Să se rezolve ecuaţia $\sqrt{x+1} = x-1.$
7. Să se rezolve ecuaţia $\sqrt{x^2-x-2} = x-2$.
8. Să se rezolve ecuaţia $\sqrt{5-x^2} = 2.$
9. Să se rezolve ecuaţia $\sqrt{x^2-4} + \sqrt{x-2} = 0$.
10. Să se rezolve ecuaţia $\sqrt{x^2+1} = 0$.
11. Să se rezolve ecuaţia $\sqrt{3x+4} = 2\sqrt{x}.$
12. Să se rezolve ecuaţia $\sqrt[3]{x^3+x+1} = x$
13. Să se rezolve ecuaţia $\sqrt{x^2+2x-3} = 2\sqrt{3}.$
14. Să se rezolve în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\sqrt{x-1} = \sqrt{x^2-x-2}.$
15. Să se rezolve în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\sqrt{x-1} - 2 = 0.$
16. Să se rezolve în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\sqrt[3]{1-x} = -2$

7. Ecuaţii exponenţiale

1. Să se determine soluţiile reale ale ecuaţiei $3^{x-2} = \left(\frac{1}{3}\right)^{\sqrt{x}}$.
2. Să se determine soluţiile reale ale ecuaţiei $2^x + 2^{x+3} = 36$.

3. Să se determine soluţiile reale ale ecuaţiei $4^x - 3\cdot 2^x + 2 = 0.$
4. Să se rezolve ecuaţia $2^{x+3} - 2^x = 28.$
5. Să se determine soluţiile reale ale ecuaţiei $125^x = \frac{1}{5}.$
6. Să se determine soluţiile reale ale ecuaţiei $2^{x-1} + 2^x = 12.$
7. Să se rezolve în *R* ecuaţia $2^x - 14\cdot 2^{-x} = -5.$
8. Să se rezolve în *R* ecuaţia $4^{x+2} = 2^{x^2+5}.$
9. Să se rezolve ecuaţia $9^x - 4\cdot 3^x + 3 = 0.$
10. Să se rezolve ecuaţia $2^{x^2+3x-2} = 8.$
11. Să se rezolve ecuaţia $2^{\sqrt{x-1}} = 4.$
12. Să se rezolve ecuaţia $2^{x^2+x+1} = 8.$
13. Să se rezolve ecuaţia $3^{1-x} = 9.$
14. Să se rezolve ecuaţia $2^x + 2^{-x} = \frac{5}{2}.$
15. Să se rezolve ecuaţia $3^x + 2\cdot 3^{x+1} = 7.$
16. Să se rezolve în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\frac{1}{2^x} = \frac{4^x}{8}.$
17. Să se rezolve în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\frac{2^x}{3^x} = \frac{3}{2}.$
18. Să se rezolve în mulţimea numerelor reale ecuaţia $3^x \cdot 5^x = 15.$
19. Să se rezolve ecuaţia $\frac{1}{2^x} = 4.$
20. Să se rezolve ecuaţia $(3+2\sqrt{2})^x = (1+\sqrt{2})^2.$
21. Să se rezolve ecuaţia $3^{2x} + 2\cdot 3^x - 3 = 0.$
22. Să se rezolve ecuaţia $2^{\log_2 x} = 4.$
23. Să se rezolve ecuaţia $\frac{1}{3^x} = 9.$

8. Ecuaţii logaritmice.

1. Să se determine soluţiile reale ale ecuaţiei $\log_5(3x+4) = 2.$
2. Să se determine soluţiile reale ale ecuaţiei $\log_2(x+2) + \log_2 x = 3.$

3. Să se determine soluţiile reale ale ecuaţiei $\log_2(x+2)-\log_2(x-5)=3.$
4. Să se determine soluţiile reale ale ecuaţiei $\log_3(x^2-6)=\log_3(2x-3).$
5. Să se determine soluţiile reale ale ecuaţiei $\log_3(x^2-4x+4)=2.$
6. Să se determine soluţiile reale ale ecuaţiei $\log_2(x-3)=0.$
7. Să se rezolve ecuaţia $\log_2(2x+5)=\log_2(x^2+3x+3).$
8. Să se rezolve ecuaţia $\log_3(x^2-1)=1.$
9. Să se rezolve ecuaţia $\log_2(x^2-4)=\log_2(x^2-3x+2).$
10. Să se determine soluţiile reale ale ecuaţiei $\log_2(x^2-x-2)=2.$
11. Să se rezolve în mulţimea numerelor reale pozitive ecuaţia $\log_2 x^2=2.$
12. Să se rezolve ecuaţia $\log_2\sqrt{x+1}=1.$
13. Să se determine soluţiile reale ale ecuaţiei $\log_5(3x+1)=1+\log_5(x-1).$
14. Să se rezolve reale ecuaţia $\log_2(x^2-x-2)-\log_2(2x-4)=1.$
15. Să se rezolve în mulţimea numerelor reale eucaţia $\log_4(2^{x+1}-1)=0.$
16. Să se rezolve în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\log_2\sqrt[3]{x}=1.$
17. Să se rezolve ecuaţia $\lg^2 x-4\lg x+3=0.$