INDUCȚIA MATEMATICĂ

PROF. ANDREI IOAN

LICEUL TEORETIC „ION BORCEA” BUHUȘI, JUD. BACĂU

Metoda inducției matematice se aplică, de regulă, pentru a demonstra o relație de forma p(n) , unde n este un număr natural.

Relația p(n) poate fi o egalitate, inegalitate ce are loc pentru orice număr natural $n \geq n_0$.

Metoda inducției se aplică folosind două etape:

1. Etapa verificării - unde se verifică dacă p(n_0) este o relație adevărată ;
2. Etapa demonstrației – în care presupunem că p(k) este adevărată și demonstrăm că p(k+1) este adevărată .

Fișe de lucru

Fișa A

S.1. Demonstrați că $\dfrac{1}{1\cdot 5}+\dfrac{1}{5\cdot 9}+\ldots+\dfrac{1}{(4n-3)(4n+1)}=\dfrac{n}{4n+1},\ \forall\, n\in\mathbb{N}^*$.

S.2. Demonstrați că $\dfrac{2^3-1}{2^3+1}\cdot\dfrac{3^3-1}{3^3+1}\cdot\ldots\cdot\dfrac{n^3-1}{n^3+1}=\dfrac{2\left(n^2+n+1\right)}{3n(n+1)},\ \forall\, n\in\mathbb{N}^*$.

S.3. Demonstrați că $\dfrac{2}{3}\cdot\dfrac{4}{5}\cdot\ldots\cdot\dfrac{2n}{2n+1}<\sqrt{\dfrac{3}{2n+3}},\ \forall\, n\in\mathbb{N}^*$.

S.4. Demonstrați că $30 \mid 2^{4n+4}-2,\ \forall\, n\in\mathbb{N}^*$.

S.5. Calculați $S=1^2(1+1)+2^2(2+1)+3^2(3+1)+\ldots+n^2(n+1), n\in\mathbb{N}^*$.

Fişa B

S.1. Demonstraţi că $\frac{3}{1^2 \cdot 2^2}+\frac{5}{2^2 \cdot 3^2}+\ldots+\frac{2n+1}{n^2(n+1)^2}=\frac{n^2+2n}{(n+1)^2}, \forall\, n \in \mathbb{N}^*$.

S.2. Demonstraţi că $\left(1-\frac{4}{1}\right)\cdot\left(1-\frac{4}{9}\right)\cdot\ldots\cdot\left(1-\frac{4}{(2n-1)^2}\right)=\frac{1+2n}{1-2n}, \forall\, n \in \mathbb{N}^*$.

S.3. Demonstraţi că $\sqrt{1\cdot 2}+\sqrt{2\cdot 3}+\ldots+\sqrt{n(n+1)}<n(n+1), \forall\, n \in \mathbb{N}^*$.

S.4. Demonstraţi că $6 \mid n^3+5n, \forall\, n \in \mathbb{N}^*$.

S.5. Calculaţi $S=1(2\cdot 1^2-1)+2(2\cdot 2^2-1)+3(2\cdot 3^2-1)+\ldots+n(2n^2-1), n \in \mathbb{N}^*$.