TEST

Prof. Daniel Sitaru

Colegiului Național Economic ”Th. Costescu”, Dr. Tr. Severin

1. Pe mulțimea $G = (4, \infty)$ definim legea de compoziție

$x * y = xy - 4x - 4y + 20$

a. Să se arate că: $x * y = (x-4)(y-4) + 4$

b. Să se arate că: $x * 4 = 4;\ (\forall)x \in G$

c. Să se arate că: $x * y = 4 \Rightarrow x = 4$ sau $y = 4$

d. Să se arate că: $(x * y) * z = x * (y * z);\ (\forall)x, y, z \in G$

e. Să se calculeze elementul neutru.

f. Să se afle simetricul lui 2010 față de legea „$*$”

g. Să se arate că: $(\forall)x, y \in G \Rightarrow x * y \in G$

h. Să se arate că: $(\forall)n \geq 2;\ (\forall)x_1, x_2, \dots, x_n \in G$ avem:

$x_1 * x_2 * \dots * x_n = (x_1 - 4)(x_2 - 4) \cdot \dots \cdot (x_n - 4) + 4$

i. Să se arate că: $(\forall)n \geq 2;\ (\forall)x \in G$

$\underbrace{x * x * \dots * x}_{de\ "n"\ ori} = (x-4)^n + 4$

j. Să se calculeze:

$(-2011) * (-2010) * \dots * 2010 * 2011$

k. Să se arate că $(\exists)x, y \in \mathbb{Q} \setminus \mathbb{Z}$ încât $x * y \in \mathbb{Z}$

l. Să se arate că $(\exists)x, y \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$ încât $x * y \in \mathbb{Q}$

2. Să se calculeze:

a. $\int_0^1 \frac{1}{9x^2+4}\,dx$ ***b***. $\int_0^2 e^{x+3}\,dx$ **c**. $\int_0^1 xe^x\,dx$

d. $\int \frac{1}{x^2-6x+8}\,dx$ **e**. $\int \frac{1}{5x-3}\,dx$ **f**. $\int \frac{1}{(4x-7)^4}\,dx$