

## TEST 1-CLASA XII

Prof. Claudia Nanuți  
Colegiului Național Economic "Th. Costescu", Dr. Tr. Severin

1. Pe mulțimea  $G = (3, \infty)$  definim legea de compoziție

$$x * y = xy - 3x - 3y + 12$$

a. Să se arate că:  $x * y = (x - 3)(y - 3) + 3$

b. Să se arate că:  $x * 3 = 3$ ;  $(\forall)x \in G$

c. Să se arate că:  $x * y = 3 \Rightarrow x = 3$  sau  $y = 3$

d. Să se arate că:  $(x * y) * z = x * (y * z)$ ;  $(\forall)x, y, z \in G$

e. Să se calculeze elementul neutru.

f. Să se afle simetricul lui 2009 față de legea „\*”

g. Să se arate că:  $(\forall)x, y \in G \Rightarrow x * y \in G$

h. Să se arate că:  $(\forall)n \geq 2$ ;  $(\forall)x_1, x_2, \dots, x_n \in G$  avem:

$$x_1 * x_2 * \dots * x_n = (x_1 - 3)(x_2 - 3) \cdot \dots \cdot (x_n - 3) + 3$$

i. Să se arate că:  $(\forall)n \geq 2$ ;  $(\forall)x \in G$

$$\underbrace{x * x * \dots * x}_{\text{de "n" ori}} = (x - 3)^n + 3$$

j. Să se calculeze:

$$(-2011) * (-2010) * \dots * 2010 * 2011$$

k. Să se arate că  $(\exists)x, y \in \mathbb{Q} \setminus \mathbb{Z}$  încât  $x * y \in \mathbb{Z}$

l. Să se arate că  $(\exists)x, y \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$  încât  $x * y \in \mathbb{Q}$

2. Să se calculeze:

a.  $\int_0^1 \frac{1}{16x^2 + 9} dx$

b.  $\int_0^3 e^{x-3} dx$

c.  $\int_0^1 \frac{1}{x+1} dx$

d.  $\int \frac{1}{\sqrt{x^2 - 6x + 8}} dx$

e.  $\int \sqrt{x^2 - 4} dx$

f.  $\int_0^1 \frac{1}{(6x+3)^5} dx$