Adunarea și scăderea fracțiilor

❖ Memorăm!

Adunarea şi scăderea fracţiilor cu acelaşi numitor.

Pentru a aduna sau scădea două fracţii ordinare cu acelaşi numitor se adună, respectiv se scad numărătorii şi se păstrează numitorul comun:

$\frac{a}{n}+\frac{b}{n}=\frac{a+b}{n}$, pentru orice $a, b \in \mathbb{N}$ şi $n \in \mathbb{N}^*$;

$\frac{a}{n}-\frac{b}{n}=\frac{a-b}{n}$, pentru orice $a, b \in \mathbb{N}$, cu $a \geq b$ şi $n \in \mathbb{N}^*$.

Adunarea şi scăderea numerelor raţionale pozitive exprimate prin fracţii cu numitori diferiţi.

Pentru a aduna sau scădea două fracţii ordinare care au numitorii diferiţi se aduc mai întâi fracţiile la acelaşi numitor şi apoi se aplică regula de adunare, respectiv scădere de mai sus.

Exemplu: Pentru a calcula suma $\frac{7}{20}+\frac{4}{15}$ se procedează astfel:

- Determinăm, numitorul comun al fracţiilor, care este [20, 15] = 60.
- Amplificăm fracţia $\frac{7}{20}$ cu câtul dintre 60 şi 20, adică cu 3, şi obţinem [3] $\frac{7}{20}=\frac{21}{60}$. Amplificăm şi fracţia $\frac{4}{15}$ cu câtul dintre 60 şi 15, adică cu 4, şi se obţine [4] $\frac{4}{15}=\frac{16}{60}$.
- **Suma** numerelor $\frac{7}{20}$ şi $\frac{4}{15}$ este $\frac{21}{60}+\frac{16}{60}=\frac{37}{60}$ şi, respectiv, **diferenţa** numerelor $\frac{7}{20}$ şi $\frac{4}{15}$ este $\frac{21}{60}-\frac{16}{60}=\frac{5}{60}=\frac{1}{12}$.

Observaţii:

1. Dacă fracţiile care se adună sau se scad nu sunt ireductibile, este preferabil să se simplifice până devin ireductibile şi apoi să se aducă la acelaşi numitor.

2. Rezultatul adunării sau scăderii trebuie, de asemenea, să fie exprimat printr-o fracţie ireductibilă.

3. Adunarea fracţiilor este asociativă, comutativă şi admite ca element neutru numărul 0.

4. Scăderea fracţiilor nu este nici asociativă, nici comutativă.

5. $\frac{1}{n\cdot(n+1)}=\frac{1}{n}-\frac{1}{n+1}$ şi $\frac{k}{n(n+k)}=\frac{1}{n}-\frac{1}{n+k}$.

❖ Exersăm!

1. Calculează:

a) $\frac{1}{4}+\frac{5}{4}$ **b)** $\frac{3}{6}+\frac{14}{6}+\frac{13}{6}$ **c)** $\frac{13}{9}-\frac{7}{9}$ **d)** $\frac{35}{63}-\frac{14}{63}$ **e)** $\frac{3}{8}+\frac{5}{8}+\frac{7}{8}$

2. Calculează:

a) $\frac{1}{9}+\frac{3}{7}$ **b)** $\frac{7}{20}-\frac{5}{18}$ **c)** $\frac{1}{4}+\frac{7}{24}+\frac{5}{8}$ **d)** $3-\frac{2}{5}$ **e)** $\frac{8}{13}-\frac{5}{39}$

3. Calculează:

a) $4\frac{5}{6}-2\frac{1}{4}$; **b)** $5\frac{1}{4}+6\frac{1}{10}$; **c)** $6\frac{1}{4}+5\frac{2}{3}+1\frac{17}{24}$; **d)** $4\frac{1}{2}-1\frac{2}{3}$.

4. Calculează:

a) $\frac{5}{72}+\frac{3}{24}+\frac{7}{36}$; **b)** $3\frac{1}{3}+4\frac{1}{7}+\frac{2}{21}$ **c)** $\frac{1}{3}+\frac{5}{18}+\frac{2}{9}+\frac{4}{27}$; **d)** $3\frac{1}{5}+2\frac{1}{10}+\frac{9}{10}$;

5. Calculează:

a) $\frac{1}{4}+\frac{1}{4^2}+\frac{1}{4^3}+\frac{1}{4^4}+\frac{1}{4^5}+\frac{1}{4^6}$ **b)** $\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}+\frac{1}{16}+\frac{1}{32}+\frac{1}{64}+\frac{1}{128}$

❖ **Fixăm!**

1. Calculează:

a) $\left(43-37\frac{24}{35}\right)-\left(1\frac{11}{14}-\frac{2}{7}\right)$; **b)** $99\frac{11}{26}-\left(71\frac{3}{13}-23\frac{7}{26}\right)$.

2. Calculează:

a) $\frac{55}{77}-\frac{33}{88}$. **b)** $\frac{6666}{7777}-\frac{3333}{5555}$; **c)** $\frac{12121212}{17171717}-\frac{11111111}{19191919}$.

3. Calculează, grupând convenabil termenii:

a) $\frac{49}{100}+\frac{1}{10}+\frac{1}{100}+\frac{9}{10}$; **b)** $\frac{4}{25}+\frac{2}{15}+\frac{7}{12}+\frac{11}{100}+\frac{3}{50}+\frac{7}{60}$.

4. Un muncitor lucrând singur termină o lucrare în 24 de ore, altul în 40 de ore, iar al treilea în 15 ore.

a) Cât efectuează într-o oră fiecare muncitor?

b) Cât lucrează într-o oră cei trei muncitori împreună?

c) Calculează în câte ore termină lucrarea cei trei muncitori lucrând împreună.

5. Fie $a=\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}+...+\frac{1}{2019}$ și $b=\frac{1}{2}+\frac{2}{3}+\frac{3}{4}+...+\frac{2018}{2019}$. Calculează $a+b$.

❖ **Verificăm!**

1. Calculează:

a) $\frac{1}{1\cdot 2}+\frac{1}{2\cdot 3}+\frac{1}{3\cdot 4}+...+\frac{1}{99\cdot 100}$

b) $\frac{1}{30}+\frac{1}{42}+\frac{1}{56}+\frac{1}{72}...+\frac{1}{2652}$

c) $\frac{2}{1\cdot 3}+\frac{2}{3\cdot 5}+\frac{2}{5\cdot 7}+...+\frac{2}{97\cdot 99}$

d) $\frac{3}{1\cdot 4}+\frac{3}{4\cdot 7}+\frac{3}{7\cdot 10}+...+\frac{3}{100\cdot 103}$

2. Calculează $a=\frac{15}{13}+\frac{1515}{1313}+\frac{151515}{131313}+...+\underbrace{\frac{151515...15}{131313...13}}_{\text{26 de cifre}}$.

3. Arată că $1+\frac{1}{2^2}+\frac{1}{3^2}+...+\frac{1}{2012^2}<2$.

4. Dacă $\frac{2012}{a+1}+\frac{2012}{b+2}+\frac{2012}{c+3}=2013$, atunci calculează $\frac{a}{a+1}+\frac{b+1}{b+2}+\frac{c+2}{c+3}+\frac{2013}{2012}$, unde a,b,c sunt numere raționale pozitive.

5. Verifică egalitatea $1-\frac{1}{2}+\frac{1}{3}-\frac{1}{4}+...+\frac{1}{39}-\frac{1}{40}=\frac{1}{21}+\frac{1}{22}+\frac{1}{23}+...+\frac{1}{40}$.

Fișa este realizată de prof. Antohe Florin Mihai- Colegiul Național Vasile Alecsandri Galați.